UNIVERSIDADE JOAQUIM CHISSANO

Exame de Matemática - 2023

1. Racionalizando o denominador da expressão $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$, tem-se:

A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}+1}{-2}$

C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}-1}{-2}$

2. A proporção $\frac{18}{x-1} = \frac{x+2}{3}$ é equivalente à equação:

A. $x^2 - x - 56 = 0$ **B.** $x^2 + x - 56 = 0$

C. $x^2 + x + 56 = 0$ **D.** $-x^2 + x - 56 = 0$

3. Qual é o quinto termo do desenvolvimento binomial de $(x + y)^n$, sendo $n = 5$?

A. $10x^2y^3$ **B.** $5xy^4$

C. $5x^4y^2$ **D.** $10x^2y^4$

4. Em um mapa de parede de uma pequena cidade, destaca-se a presença de uma rodovia, cuja extensão é de 15 quilómetros. No mapa em questão, sua medida está em 10 centímetros, o que nos permite concluir que a sua escala cartográfica é de:

A. 1:150000 **B.** 1:1500

C. 1:15000 **D.** 1:15

5. Uma gráfica recebeu um pedido para realizar a produção de apostilas de uma rede de ensino. O estabelecimento possui 4 máquinas, e foi estimado que elas levariam 12 horas para fazer o serviço. Caso houvesse 2 máquinas a mais, o tempo necessário para atender a essa demanda seria de:

A. 6h30min **B.** 6 h

C. 8h **D.** 7h30min

6. Escrita na forma $a + bi$, a expressão $\frac{1-i}{1+i} + \frac{i}{i-2}$ é igual a:

A. $-\frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$ **B.** $-\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$

C. $\frac{7}{5} - \frac{1}{5}i$ **D.** $\frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$

7. Simplificando a expressão $\frac{y^4 - 1}{y^3 - y^2 + y - 1}$, tem-se:

A. $\frac{y-1}{y}$ **B.** $y - 1$

C. $-\frac{y}{y-1}$ **D.** $y + 1$

8. Considere a função real definida por $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+m}$ e sua inversa f^{-1}. Se $f^{-1}(2) = 5$, o valor de m é:

A. -3 **B.** -5

C. -7 **D.** -9

9. Se $3x^2 - 9x + 7 = (x-a)^3 - (x-b)^3$, para todo número real x, o valor de $a + b$ é:

A. 3 **B.** 9

C. 6 **D.** 12

10. Considere o polinómio $P(x) = x^3 + x^2 - mx - n$ com $m, n \in \mathbb{R}$. Determine m, n, de modo que o polinómio tenha como raízes -2 e 3.

A. $m = -8$ e $n = 12$ **B.** $m = 8$ e $n = -12$

C. $m = -8$ e $n = -12$ **D.** $m = 8$ e $n = 12$

11. Com a proximidade do final do ano, uma papelaria quis antecipar as promoções de material didáctico para o ano lectivo de 2022. Foram colocados em promoção caneta, caderno e lápis. As três ofertas eram:

1.ª: 5 canetas, 4 cadernos e 10 lápis por \$ 62,00;
2.ª: 3 canetas, 5 cadernos e 3 lápis por \$ 66,00;
3.ª: 2 canetas, 3 cadernos e 7 lápis por \$ 44,00.

Para comparar os preços unitários dessa papelaria com outras do comércio, o Sr. Ricardo calculou os preços de uma caneta, um caderno e um lápis. A soma desses preços é:

A. \$18 **B.** \$16

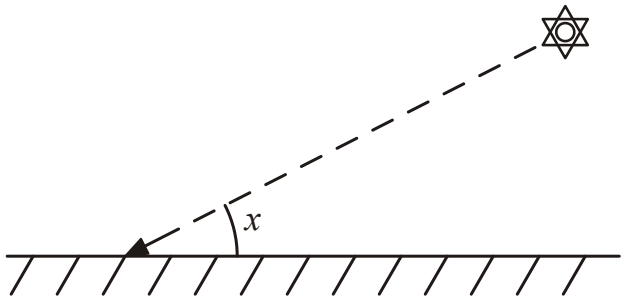
C. \$14 **D.** \$20

12. A equação modular $|5x - 6| = x^2$ é equivalente a:

A. $x^2 - 5x + 6 = 0 \vee x^2 - 5x - 6 = 0$ **B.** $x^2 - 5x + 6 = 0 \vee x^2 + 5x - 6 = 0$

C. $x^2 - 5x - 6 = 0 \vee x^2 + 5x - 6 = 0$ **D.** $-x^2 - 5x - 6 = 0 \vee x^2 + 5x + 6 = 0$

13. Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um lago formando um ângulo x com a sua superfície, conforme indica a figura em baixo.



Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = k \cdot \operatorname{sen} x$, sendo k uma constante, e supondo-se que x está entre 0° e 90°. Quando $x = 30^\circ$, a intensidade luminosa se reduz a qual percentagem de seu valor máximo?

A. 33%
B. 57%
C. 50%
D. 70%

14. Dadas as funções reais $f(x) = 2x - 6$ e $g(x) = ax + b$, se $f[g(x)] = 12x + 8$, o valor de $a + b$ é:

A. 13
B. 20
C. 12
D. 10

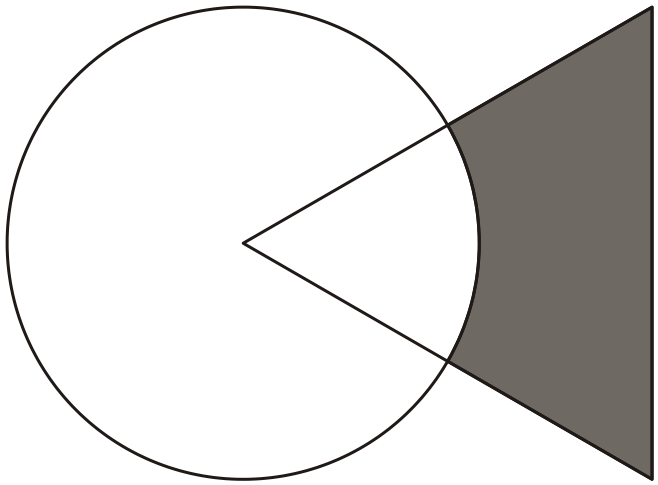
15. Simplificada, a expressão $\dfrac{m^4 + m^2 + 1}{m^2 + m + 1}$ é equivalente a:

A. $m^2 - m + 1$
B. $m^2 + m + 1$
C. $m(m + 1)$
D. $m(m - 1)$

16. A hipotenusa de um triângulo rectângulo mede 13 cm e o perímetro mede 30 cm. A área do triângulo (em cm^2) é:

A. 20
B. 40
C. 30
D. 50

17. Uma circunferência intercepta um triângulo equilátero nos pontos médios de dois de seus lados, conforme mostra a figura, sendo que um dos vértices do triângulo é o centro da circunferência. Se o lado do triângulo mede 6 cm, a área da região destacada na figura é:



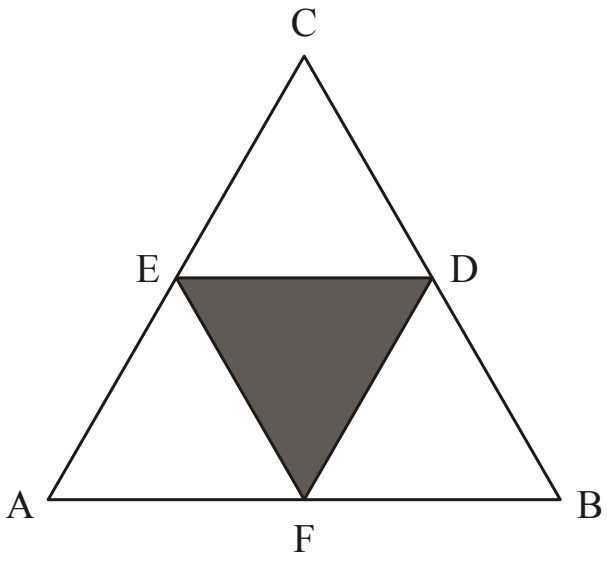
A. $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$

B. $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}\right)$

C. $9(\sqrt{3}-\pi)$

D. $9\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{18}\right)$

18. Na figura ao lado, ABC é um triângulo equilátero de lado 1 metro. D, E e F são pontos médios dos lados BC, AC e AB, respectivamente.



Qual é, em metros quadrados, a medida da área pintada DEF?

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{16}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{1}{8}$

19. Qual é o conjunto de todos os valores do parâmetro k para os quais a equação $x^2 + kx = -1$ não tem soluções reais?

A. $\{-2; 2\}$ **B.** $\mathbb{R}$

C. $]-2, 2[$ **D.** $]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$

20. Exprima b em função de k, sabendo que $4k = 3a$ e que b é metade de a.

A. $b = \frac{3}{2}k$ **B.** $b = \frac{3}{8}k$

C. $b = \frac{2}{3}k$ **D.** $b = \frac{3}{4}k$

21. Para que o polinómio $P(x) = x^5 - 2x^4 + kx^3 - 3x^2 + 6$ seja divisível pelo binómio $-x + 1$, o valor de k deve ser igual a:

A. -3 **B.** -2

C. 3 **D.** 7

22. A solução da inequação logarítmica $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) > -3$ é:

A. $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ **B.** $S = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 2\}$

C. $S = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$ **D.** $S = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$

23. O valor de m para que a função $f(x) = -x^2 + 4x + m$ tenha um valor máximo igual a 10 é:

A. $m = -3$ **B.** $m = 6$

C. $m = -6$ **D.** $m = 3$

24. Um operário tem seu salário S dado por um valor fixo mais uma parte variável que é directamente proporcional ao número x de horas-extras trabalhadas. Sabe-se que num mês em que são feitas 12 horas-extras, o salário é de \840, e num mês em que são feitas 20 horas-extras, o salário é de \1000. No mês em que o operário tiver feito 15 horas-extras, o salário será de:

A. \$860 **B.** \$870

C. \$880 **D.** \$900

25. Ache o domínio da função $y = \sqrt{2 + x - x^2}$.

A. $D = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 2\}$ **B.** $D = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2\}$

C. $D = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 2\}$ **D.** $D = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 2\}$

26. Que valores devem ter as constantes a, b e c se as duas curvas $f(x) = x^2 + ax + b$ e $g(x) = cx - x^2$ têm a mesma tangente no ponto $(3, 3)$?

A. $a = -8,\ b = 18,\ c = -4$ **B.** $a = -8,\ b = -18,\ c = 4$

C. $a = 8,\ b = 18,\ c = 4$ **D.** $a = -8,\ b = 18,\ c = 4$

27. A equação $\frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}} = 3$ é equivalente a:

A. $2^{-2x} = 2$ **B.** $2^{2x} = 2$

C. $(-2)^{-x} = -2$ **D.** $2^x = 2$

28. Resolva a equação $\log_3(x + 19) - 1 = 3 + \log_3(x - 1)$.

A. $x = \frac{5}{4}$ **B.** $x = \frac{3}{4}$

C. $x = \frac{4}{5}$ **D.** $x = \frac{4}{3}$

29. O ponto do gráfico da função $y = \frac{1}{x}$ onde a tangente a esta curva tem equação $y = -x + b$, satisfazendo o valor do parâmetro indicado b, é:

A. $\left(2, \frac{1}{2}\right)$, se $b = \frac{1}{2}$ **B.** $(1, 1)$, se $b = 2$

C. $(-1, -1)$, se $b = 3$ **D.** $(0, 0)$, se $b = -\frac{1}{2}$

30. A derivada da função $y = \frac{1}{x} + 2\ln x - \frac{\ln x}{x}$ é:

A. $\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x^2} - \frac{2}{x^2}$ **B.** $\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x^2} + \frac{2}{x^2}$

C. $\frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x^2} - \frac{2}{x^2}$ **D.** $-\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x^2} - \frac{2}{x^2}$

31. A função $f(x) = 2(x - 7)^2$:

A. Tem um máximo no ponto $(7, 0)$ **B.** É crescente no intervalo $]-\infty, 7[$

C. É crescente no intervalo $]7, +\infty[$ **D.** Tem o vértice no ponto $(0, 7)$

32. A soma dos 15 primeiros termos de uma progressão aritmética é 150. O 8° termo dessa PA é:

A. 25 **B.** 15

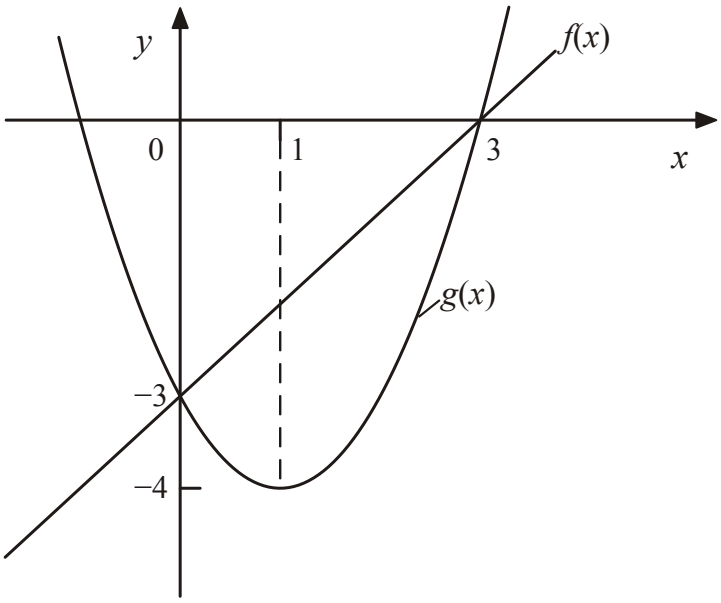
C. 20 **D.** 10

34. Os pontos de inflexão do gráfico da função $f(x) = \frac{1}{9}(x^4 - 4x^3)$ são:

A. $x = 3$ e $x = 4$ **B.** $x = -1$ e $x = 2$

C. $x = 1$ e $x = 3$ **D.** $x = 0$ e $x = 2$

35. Na figura estão representados os gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$. Para que valores de x, $f(x) \leq g(x)$?



A. $x \in [0; 3]$

B. $x \in [0; 3[$

C. $x \in [-3; 3]$

D. $x \in]-\infty; 0] \cup [3; +\infty[$

36. O limite $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x - 1}$ é igual a:

A. $+\infty$

B. 3

C. $\dfrac{2}{3}$

D. 0

37. Qual das sucessões é divergente?

A. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

B. $\dfrac{n^2}{n - 8}$

C. $\dfrac{2n^3 + 4n}{n^6 - 2}$

D. $\left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^n$

38. A primitiva $F(x)$ da função $f(x) = -\cos 3x$, sendo C uma constante arbitrária é:

A. $F(x) = -\dfrac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + C$

B. $F(x) = \dfrac{1}{3}\operatorname{sen} 3x + C$

C. $F(x) = -\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$

D. $F(x) = 3\cos 3x + C$

39. Qual é a primitiva da função $f(x) = e^{-2x}$?

A. $-\dfrac{e^{-2x}}{2} + C$

B. $\dfrac{e^{-2x}}{2} + C$

C. $-e^{-2x} + C$

D. $e^{-2x} + C$

Questões 40 a 43

Na figura encontra-se parte do gráfico duma função $f(x)$.

(Relativamente a esta figura responda as perguntas 40 - 43)

Por leitura do gráfico, identifique:

40. D_f:

A. $]-\infty,+\infty[$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

C. $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

41. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$ **B.** $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 0$

C. $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ **D.** $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = 1$

42. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ **B.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1$

C. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1$ **D.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

43. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$:

A. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ **B.** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1$

C. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ **D.** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$

44. As assíntotas verticais A_V e horizontais A_H da função $f(x) = \dfrac{8x-5}{2x-3}$ são:

A. $A_V : x = 3;\ A_H : y = 5$ **B.** $A_V : x = \dfrac{3}{2};\ A_H : y = 4$

C. $A_V : x = \dfrac{7}{2};\ A_H : y = 4$ **D.** $A_V : x = \dfrac{3}{2};\ A_H : y = \dfrac{5}{8}$

45. As rectas r e s são perpendiculares e intersectam-se no ponto $(2,4)$. A recta s passa pelo ponto $(0,5)$. Uma equação da recta r é:

A. $2y + x = 10$ **B.** $y = x + 2$

C. $2y - x = 6$ **D.** $y = 2x$

46. Determine as constantes A e B para que a função $f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + x - 1, & x > 2 \\ A, & x = 2 \\ B - x^2, & x < 2 \end{cases}$ seja contínua em $x_0 = 2$.

A. $A = -5$ e $B = 9$ **B.** $A = 5$ e $B = 9$

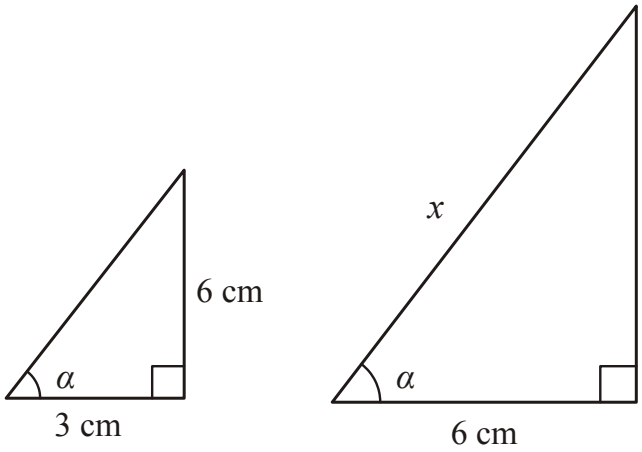
C. $A = 5$ e $B = -9$ **D.** $A = -5$ e $B = -9$

47. Qual é a negação de $p \wedge q$?

A. $p \wedge \sim q$ **B.** $\sim p \vee q$

C. $\sim p \vee \sim q$ **D.** $p \vee \sim q$

48. Qual é a medida, em centímetros, do lado x no triângulo da figura ao lado?



A. $5\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{5}$

C. $5\sqrt{2}$ **D.** $6\sqrt{5}$

49. O centro de uma circunferência é determinado pelo ponto médio do segmento PQ, sendo $P(4, 6)$ e $Q(2, 10)$. Considerando que o raio dessa circunferência é 7, determine sua equação.

A. $(x - 3)^2 + (y - 8)^2 = 49$ **B.** $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 49$

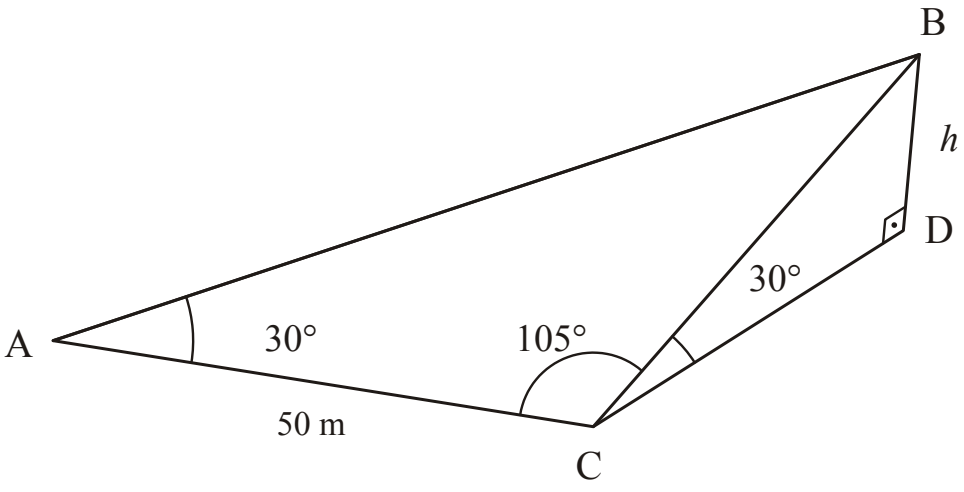
C. $(x - 2)^2 + (y + 8)^2 = 49$ **D.** $(x + 2)^2 + (y + 8)^2 = 49$

50. Simplificando a expressão $\dfrac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \dfrac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x}$ obtém-se:

A. $\dfrac{2}{\operatorname{sen} x}$ **B.** $\dfrac{2}{\cos x}$

C. $\dfrac{\cos x}{2}$ **D.** 2

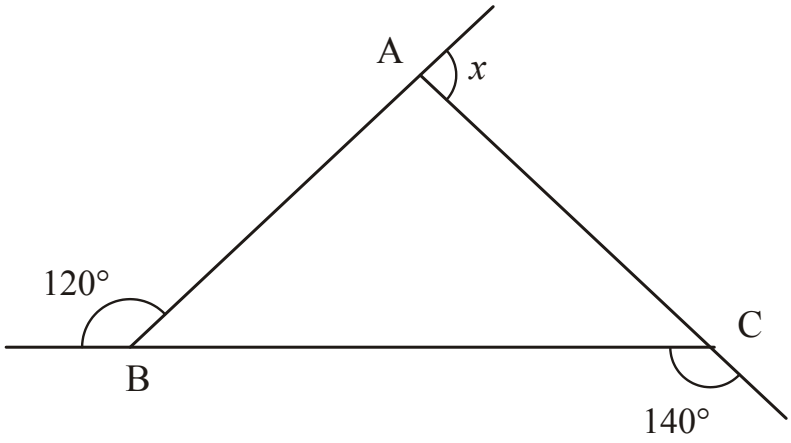
51. Na figura ao lado, h (em metros) mede:



A. 25 **B.** $12{,}5\sqrt{2}$

C. $25\sqrt{2}$ **D.** 12,5

52. Calcule a amplitude do ângulo *x* na figura ao lado.



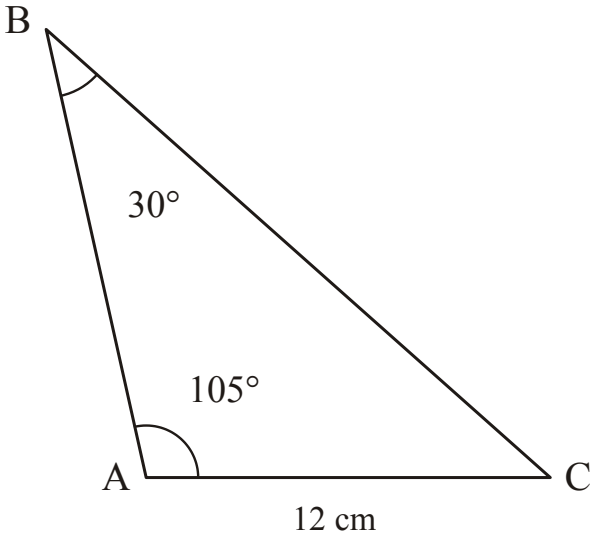
A. 95°

B. 90°

C. 100°

D. 80°

53. Três ilhas A, B e C aparecem num mapa em escala 1 : 10000, como na figura. Das alternativas, a que melhor aproxima a distância entre as ilhas A e B é:



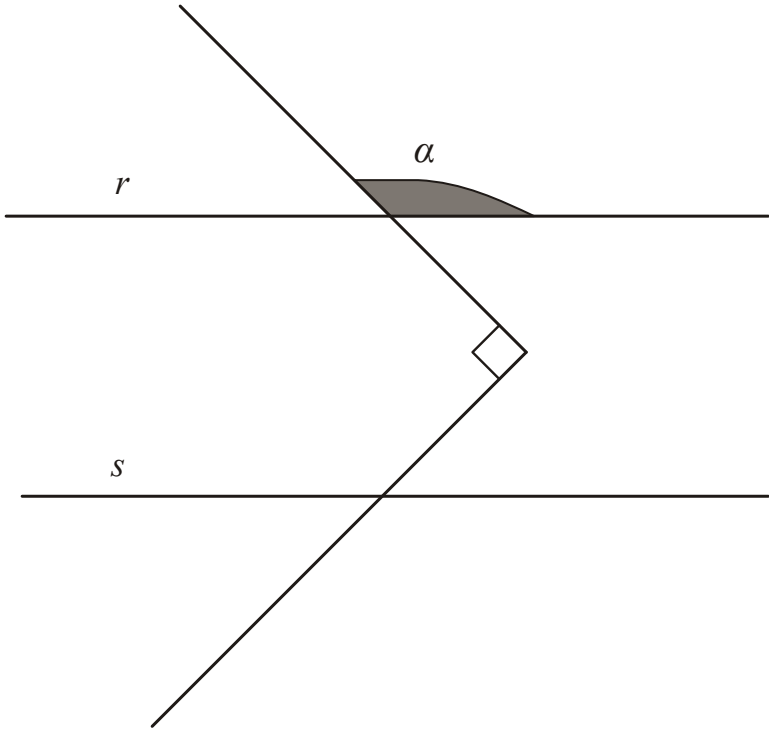
A. 2,3 km

B. 2,1 km

C. 1,4 km

D. 1,7 km

54. Na figura ao lado as rectas r e s são paralelas. A amplitude do ângulo α é:



A. 100° **B.** 110°

C. 135° **D.** 125°

55. Qual o conjunto solução da equação trigonométrica $\text{tg}^2 x = 1$ no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?

A. $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{4}\right\}$ **B.** $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

C. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right\}$ **D.** $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\}$

56. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & x+3 \\ x-4 & -3 \end{bmatrix}$. O menor valor de x para o qual $\det(A) = 0$ é:

A. 0 **B.** -1

C. -2 **D.** 1

57. A soma dos seguintes determinantes $\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -a & -b \\ b & a \end{vmatrix}$ é igual a zero:

A. Se e somente se $a = -b$ **B.** Se e somente se $a = b$

C. Se e somente se $a = 0$ **D.** Quaisquer que sejam os valores reais de a e de b

58. Um estudante precisa seleccionar, entre as disciplinas A, B, C, D, E e F, quatro disciplinas para cursar no próximo semestre lectivo, sendo que uma necessariamente precisa ser a disciplina E. O número que indica de quantas maneiras o estudante pode escolher as quatro disciplinas é:

A. 6 **B.** 10

C. 15 **D.** 20

59. Considere todos os divisores positivos do número 60. A probabilidade de escolhermos, ao acaso, um número primo é:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{5}$

60. A probabilidade de um casal com quatro filhos ter dois do sexo masculino e dois do sexo feminino é:

A. 37,5% **B.** 25%

C. 50% **D.** 60%

Respostas

Matemática 2023 · UJC · admitela.com

1 A	**2** B	**3** B	**4** A	**5** C	**6** D
7 D	**8** C	**9** A	**10** D	**11** C	**12** B
13 C	**14** A	**15** A	**16** C	**17** B	**18** B
19 C	**20** C	**21** B	**22** C	**23** B	**24** D
25 D	**26** D	**27** B	**28** A	**29** B	**30** A
31 C	**32** D	**34** D	**35** D	**36** B	**37** B
38 A	**39** A	**40** C	**41** C	**42** D	**43** B
44 B	**45** D	**46** B	**47** C	**48** D	**49** A
50 A	**51** B	**52** C	**53** D	**54** C	**55** B
56 A	**57** D	**58** B	**59** C	**60** A	

As soluções passo a passo de cada questão estão em admitela.com/exames/ujc/matematica-2023/